

El principio de mxima entropia y la distribucin de viajes en servicios de bicicletas compartidas

Carlos Miguel Vallez¹ and Mario Castro¹ and David Contreras¹

¹Instituto de Investigacin Tecnolgica (IIT), Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain

La abundancia de datos de redes sociales ha catalizado el estudio cuantitativo de la movilidad humana. Con estos datos y otras fuentes de informacin, se han extrado diversos patrones de movilidad [1], surgiendo infinitud de modelos matemticos y estadsticos para capturar dichos modelos [2].

La mayor parte de los esfuerzos se centran en modelar las llamadas *matrices origen-destino*, T_{ij} , que miden cuntos desplazamientos tienen lugar entre una localizacin origen i y un destino j . En muchos casos, estas matrices pueden modelarse como un campo vectorial de movilidad que permite identificar las regiones que atraen ms desplazamientos [3].

En este trabajo nos centramos en el problema de la movilidad urbana en servicios bicicletas compartidas (BSS) en la ciudad de Madrid, que han ganado popularidad en los ltimos aos por su potencial para contribuir al desarrollo de ciudades sostenibles. Aunque los primeros intentos de implantar un servicio pblico de bicicletas compartidas se remontan a 1965 (msterdam), su uso generalizado lleg con el milenio, convirtiendose en una vibrante actividad y en un rea de investigacin cuya actividad ha aumentado de forma constante en la ltima dcada [4].

Este problema que tiene dos particularidades. Por una parte, las bicicletas se ubican en estaciones fijas, llamadas *docks*, y estn sujetas a problemas de demanda (falta de bicicletas en la estacin de origen) y de concentracin (falta de ranuras libres para devolver la bicicleta en su destino). Por otra parte, se afronta el modelado de la matriz T_{ij} desde un punto de vista probabilstico (en lugar de describir el nmero de viajes, se describe la probabilidad de realizar un viaje a una cierta distancia d , p_d).

Para el modelado de este problema, se parte del principio de mxima entropia [5] sujeto a dos restricciones. La primera est vinculada a la distancia media, \bar{d} y la percepcin de la distancia (logartmica, $\bar{L} \equiv \langle \log d \rangle$), y la segunda, ligada a la percepcin psicolgica de *esfuerzo* y postulamos que obedece la llamada ley de Weber-Fechner [6] de la percepcin logartmica. Maximizando, y usando los multiplicadores de Lagrange β y $\alpha - 1$ (por conveniencia

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= - \sum p_d \log p_d - \lambda (\sum p_d - 1) \\ &- \beta (\sum p_d d - \bar{d}) - (\alpha - 1) (\sum p_d \log d - \bar{L}) \end{aligned} \quad (1)$$

La solucin es una distribucin Gamma para la probabilidad de viajar a una cierta distancia d

$$p_d = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} d^{\alpha-1} e^{-\beta d} \quad (2)$$

En la figura 1 mostramos una comparacin entre los datos empiricos y distintas distribuciones propuestas en la literatura [2]. Como se puede ver, el ajuste con la Ec. (2) es

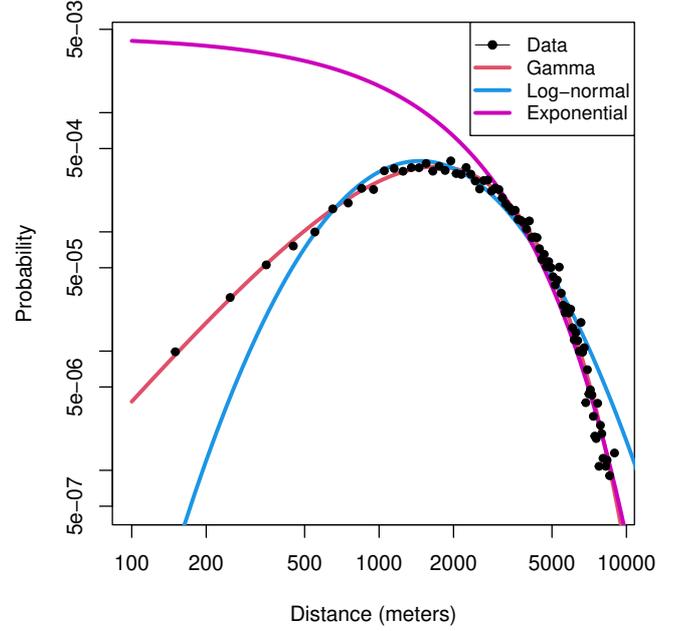


Fig. 1. Distribucin empirica de probabilidad de viajar en bicicleta compartida a una distancia d y comparacin con distribuciones propuestas en la literatura—log-normal y exponencial—, y en este trabajo, distribucin Gamma, Ec. (2).

excelente. La distribucin exponencial corresponde al llamado **gravity model** propuesto para la movilidad entre ciudades [2].

-
- [1] T. Louail, et al. *Uncovering the spatial structure of mobility networks*. Nature communications **6**(1), 1 (2015).
 - [2] H. Barbosa, Hugo, et al. *Human mobility: Models and applications*. Physics Reports **734**, 1 (2018).
 - [3] M. Mazzoli, et al. *Field theory for recurrent mobility*. Nature communications **10**(1) 1, (2019).
 - [4] CM. Vallez, M. Castro, and D. Contreras. *Challenges and Opportunities in Dock-Based Bike-Sharing Rebalancing: A Systematic Review*. Sustainability **13**(4), 1829 (2021).
 - [5] ET. Jaynes, *Information theory and statistical mechanics*. Physical Review **106**(4), 620 (1957).
 - [6] S. Dehaene, *The neural basis of the WeberFechner law: a logarithmic mental number line* Trends in cognitive sciences **7**(4), 145 (2003).